

倒單擺線性狀態回饋控制器設計與模擬

研究生：劉家麟

指導教授：張榮鴻 博士

大華技術學院 機電工程研究所

摘要

本文以線性回饋 (Linear State Feedback) 的方式做倒單擺系統 (Inverted Pendulum System) 的模擬，並考慮：控制器的飽和輸出、台車位置和倒單擺角度在實驗量測時，所必然產生的量化誤差 (Quantization Error)、台車驅動機構的齒隙 (Backlash)。

模擬時，首先假設控制器的輸出為50NT，台車位置解析度為 $1.25\ \mu\text{m}$ 、單擺角度解析度為0.05度、齒隙為台車解析度的10倍，即 $12.5\ \mu\text{m}$ 。模擬結果顯示，控制器施力若小於23NT，將造成系統發散；單擺角度的量化誤差大於 16×0.05 度或齒隙達 $(1.25 \times 16)\ \mu\text{m}$ ，系統的漸近穩定 (Asymptotic Stable) 現象，將非常明顯，這是非線性系統的一個特徵。

關鍵字：線性回饋、倒單擺系統、齒隙、量化誤差、漸近穩定

Abstract

This article describes a methodology to simulate the inverted pendulum system with linear feedback. The saturation output of controller, the quantization error of the cart position and the pendulum angle, the backlash of driving gear were also put into consideration.

During the simulation, we first assume that controller output is 50 NT, the cart position resolution is $1.25\mu\text{m}$, the pendulum angle resolution is 0.05 degree, and gear backlash is 10 times of the cart resolution, i.e. $12.5\mu\text{m}$. The simulation result indicates that, if driving power of the controller is less than 23 NT, the system will be dispersed. If the pendulum angle resolution is greater than 16×0.05 degree or the gear backlash reaches $(1.25 \times 16)\mu\text{m}$, the system nonlinear phenomenon of asymptotic stable will be quite obviously.

Keywords: linear feedback, inverted pendulum system, backlash, quantization error, asymptotic stable.

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
目錄.....	III
圖目錄.....	V
表目錄.....	VII
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究動機.....	4
1.4 研究方法.....	4
1.5 內容大綱	4
第二章 倒單擺系統的數學方程式模型	6
2.1 倒單擺系統的數學方程式模型	6
2.2 極點安置設計.....	9
2.3 討論	10
第三章 控制器設計與模擬.....	11
3.1 控制系統設計.....	11
3.2 程式撰寫.....	12

3.3 模型建構與模擬.....	16
3.4 本文所考慮的三個非線性因素	17
3.4.1 考慮量化誤差的倒單擺模型.....	18
3.4.2 考慮控制器飽和輸出、量化誤差後的倒單擺模型.....	24
3.4.3 考慮台車驅動機構齒隙元件、量化誤差後的倒單擺模型.....	30
3.4.4 考慮量化誤差、控制器飽和輸出、台車驅動機構齒隙元件後的倒單擺模型.....	36
第四章 結論與未來工作	42
4.1 結論.....	42
4.2 未來工作.....	43
第五章 參考文獻	44
附錄一 考慮量化誤差的模擬結果	47
附錄二 考慮控制器飽和、量化誤差的模擬結果	51
附錄三 考慮量化誤差、控制器飽和輸出、台車驅動機構齒隙的模擬結果..	55

圖目錄

圖 2.1 倒單擺系統.....	6
圖 2.2 桿子的自由體圖.....	6
圖 2.3 極點安置設計法的架構流程圖.....	9
圖 3.1 Simulink 中的倒單擺模型.....	16
圖 3.2 倒單擺模型的模擬結果.....	17
圖 3.3 加入量化誤差元件的倒單擺模型.....	18
圖 3.4 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 1$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 1\text{m}$	19
圖 3.5 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 8$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16\text{m}$	21
圖 3.6 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16\text{ m}$	21
圖 3.7 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 8$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16}\text{ m}$	22
圖 3.8 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16}\text{ m}$	22
圖 3.9 加入控制器飽和輸出、量化誤差元件的倒單擺模型.....	24
圖 3.10 控制器飽和, 25nt, 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 1$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 1\text{ m}$	25
圖 3.11 控制器飽和, 25nt, 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 8$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16\text{ m}$	27
圖 3.12 控制器飽和, 25nt, 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16\text{ m}$	27
圖 3.13 控制器飽和, 25nt, 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 8$, $X =$	

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16} \text{ m} \dots\dots\dots 28$$

圖 3.14 控制器飽和，25 nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16} \text{ m} \dots\dots\dots 28$$

圖 3.15 加入台車驅動機構齒隙元件、量化誤差元件的倒單擺模型
型.....30

圖 3.16 機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m}$ 、量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 1$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times 1 \text{ m} \dots\dots\dots 31$$

圖 3.17 機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m}$ 、量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 2$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16} \text{ m} \dots\dots\dots 33$$

圖 3.18 機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m}$ 、量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16} \text{ m} \dots\dots\dots 33$$

圖 3.19 機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m}$ 、量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 2$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times 16 \text{ m} \dots\dots\dots 34$$

圖 3.20 機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m}$ 、量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ，X =

$$(1.25 \times 10^{-6}) \times 16 \text{ m} \dots\dots\dots 34$$

圖 3.21 加入台車驅動機構齒隙元件、量化誤差、控制器飽和輸出的
倒單擺模型.....36

圖 3.22 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 1$ ，X = $(1.25 \times 10^{-6}) \times 1 \text{ m}$ ，控制器飽和，

$$25 \text{nt}，機構齒隙 $1.25 \times 10^{-5} \text{m} \dots\dots\dots 37$$$

圖 3.23	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 2$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16}$ m , 控制器飽和 , 25nt , 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....	39
圖 3.24	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{16}$ m , 控制器飽和 , 25nt , 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....	39
圖 3.25	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 2$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16$ m , 控制器飽和 , 25nt , 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....	40
圖 3.26	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 16$ m , 控制器飽和 , 25nt , 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....	40
圖 A1	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{8}$ m.....	47
圖 A2	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{4}$ m.....	48
圖 A3	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{2}$ m.....	48
圖 A4	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 1$ m.....	48
圖 A5	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 2$ m.....	49
圖 A6	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 4$ m.....	49
圖 A7	量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 8$ m.....	50
圖 A8	控制器飽和 , 25nt , 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{8}$ m.....	51
圖 A9	控制器飽和 , 25nt , 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{4}$ m.....	51

- 圖 A10 控制器飽和，25nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{2}$ m.....45
- 圖 A11 控制器飽和，25nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 1$ m.....52
- 圖 A12 控制器飽和，25nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 2$ m.....53
- 圖 A13 控制器飽和，25nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 4$ m.....53
- 圖 A14 控制器飽和，25nt，量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 16$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 8$ m.....54
- 圖 A15 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{8}$ m，控制器飽和，25nt，機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....55
- 圖 A16 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{4}$ m，控制器飽和，25nt，機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....55
- 圖 A17 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times \frac{1}{2}$ m，控制器飽和，25nt，機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....56
- 圖 A18 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 1$ m，控制器飽和，25nt，機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....56
- 圖 A19 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$ ， $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 2$ m，控制器飽和，

25nt, 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....57

圖 A20 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 4$ m, 控制器飽和,

25nt, 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....57

圖 A21 量化誤差 $\theta = 0.05^\circ \times 4$, $X = (1.25 \times 10^{-6}) \times 8$ m, 控制器飽和,

25nt, 機構齒隙 1.25×10^{-5} m.....58

表目錄

表 3.1 量化誤差模擬實驗統計表.....	20
表 3.2 控制器飽和元件、量化誤差模擬實驗統計表.....	26
表 3.3 台車驅動機構齒隙元件、量化誤差模擬實驗統計表.....	32
表 3.4 台車驅動機構齒隙元件、量化誤差、控制器飽和輸出模擬實驗 統計表.....	38